

LNF - 64/50
10 Ottobre 1964.

C. Guaraldo, G. Sacerdoti e A. Susanna: PROPOSTA DI UN NUOVO SISTEMA PER INDURRE CORRENTI PERSISTENTI IN UN ANELLO SUPERCONDUTTORE. -

(Nota interna: n. 261)

Nota interna: n. 261
10 Ottobre 1964.

C. Guaraldo, G. Sacerdoti e A. Susanna: PROPOSTA DI UN NUOVO SISTEMA PER INDURRE CORRENTI PERSISTENTI IN UN ANELLO SUPERCONDUTTORE^(x). -

INTRODUZIONE. -

In questa lettera viene proposto un nuovo meccanismo per indurre correnti persistenti in un anello superconduttore^(o). Queste correnti vengono indotte da un'onda elettromagnetica polarizzata circolarmente che si propaga in una guida a sezione circolare. L'anello superconduttore costituisce un tratto di superficie della guida d'onda circolare.

L'onda "trascina" gli elettroni nel suo verso di rotazione; gli elettroni superconduttori conservano il loro moto rotatorio e creano così nell'anello una corrente continua. Il campo magnetico associato a questa corrente è rivelabile con una bobina mobile sull'esterno della guida d'onda.

Il meccanismo proposto permette anche di risalire alla resistività che presenta il superconduttore, alla frequenza dell'onda di eccitazione, misurando la variazione nel tempo della corrente persistente.

(x) - Inviato per pubblicazione a "Alta Frequenza".

(o) - Da un'idea di G. Sacerdoti.

APPARATO SPERIMENTALE. -

L'apparato sperimentale è mostrato in fig. 1. In 1 è connesso un klystron ad antenna con il quale si eccita la guida d'onda circolare sul modo fondamentale $TE_{11}^{(1)}$. L'andamento delle linee di forza del campo elettrico nel modo TE_{11} (illustrato in fig. 2)⁽²⁾, mostra che se si dispone l'antenna del klystron inclinata di 45° rispetto ai "metal fins" della sezione a

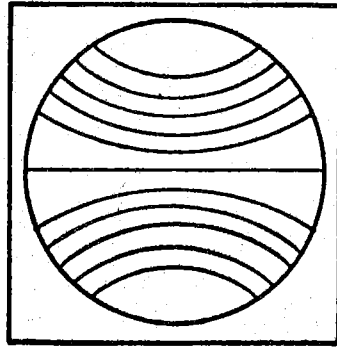
TE₁₁

FIG. 2

$\Delta 90^\circ$ (vedi 2), si otterrà all'uscita di quest'ultima un'onda polarizzata circolarmente⁽³⁾. Il tratto di guida 3 successivo al $\Delta 90^\circ$ scende nel dewar 7. Lungo questo tratto di guida si trovano i due anelli superconduttori, 10, (per esempio stagno) con all'esterno le bobine, 9, per la misura del flusso magnetico concatenato agli anelli, collegate in opposizione per raddoppiare la sensibilità della misura.

La guida d'onda viene adattata all'uscita con una tromba a dispersione, 12, (chiusa con un foglio di mylar) anzichè con un cuneo assorbente per dissipare l'energia elettromagnetica nell'aria piuttosto che nell'elio.

Prima della tromba disperdente è posta l'antenna ricevente, 11, in grado di ruotare di 2π allo scopo di controllare la polarizzazione circolare dell'onda.

CONSIDERAZIONI TEORICHE SUL MECCANISMO. -

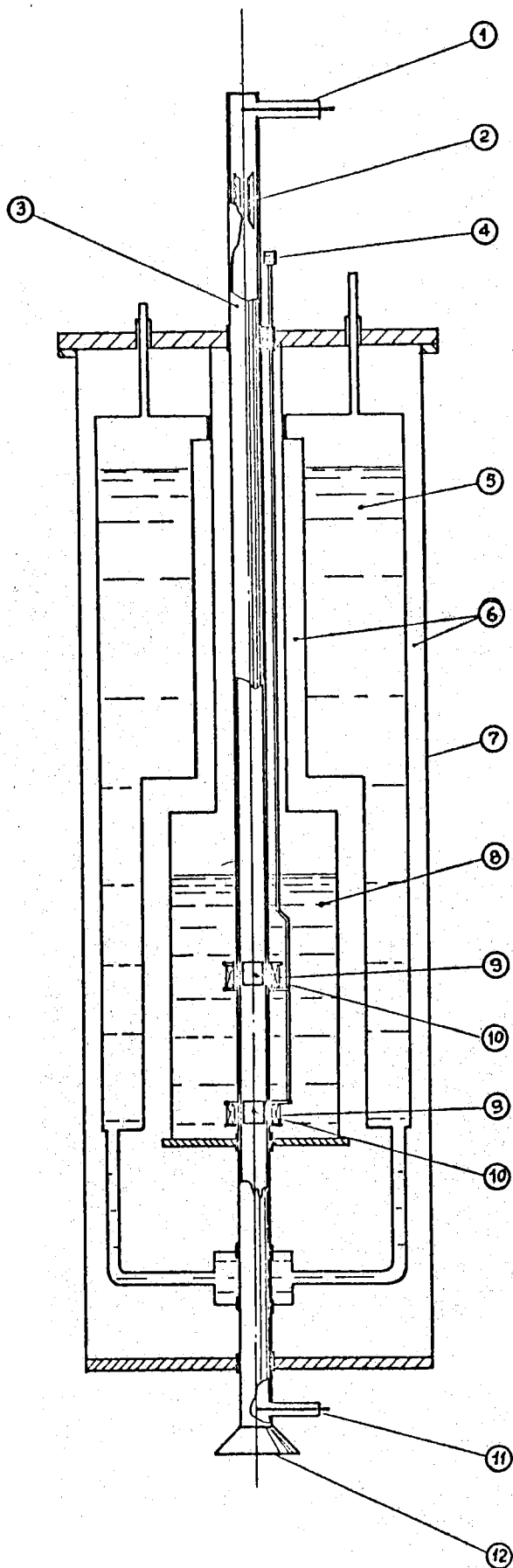
Si consideri dapprima il sistema costituito dall'onda polarizzata circolarmente che si propaga entro la guida, e dagli elettroni dell'anello superconduttore facente parte della guida stessa. A tale onda è associato un momento della quantità di moto elettromagnetica rispetto all'asse della guida stessa^(4, 5, 6).

Il valore di questo momento assiale della quantità di moto per unità di lunghezza della guida è dato da⁽⁷⁾:

$$M_{e. m.} = \frac{1}{2} B^2 \frac{\mu_0}{c^2} \omega \frac{r_0^2}{u_1} \int_0^{r_0} I_1^2 \left(u' \frac{\rho}{r_0} \right) \rho \, d\rho \quad (1)$$

dove:

B è una costante proporzionale all'ampiezza dell'onda elettromagnetica;



- 1: KLYSTRON
- 2: $\Delta 90^\circ$
- 3: GUIDA D'ONDA
- 4: COM. EST. SONDE
- 5: N_2 LIQUIDO
- 6: VUOTO
- 7: DEWAR
- 8: He LIQUIDO
- 9: SONDA
- 10: ANELLO SUPERCOND.
- 11: ANTENNA RICEVENTE
- 12: ANTENNA DI DISPERS.

FIG. 1

4.

- ω è la pulsazione dell'onda ;
 μ_0 è la permeabilità magnetica nel vuoto;
 I_1 è la funzione di Bessel di ordine 1;
 r_0 è il raggio della guida;
 u' = 1.841 è la radice della $I_1'(u' \frac{r}{r_0})|_{r=r_0} = 0$;
 u_1 = $(u')^2 = 3.39$;
 c è la velocità della luce nel vuoto.

L'attenuazione dell'onda elettromagnetica nell'anello superconduttore comporta una variazione del momento della quantità di moto. Chiamando α la costante di attenuazione nell'anello, questa variazione, riferita alla unità di tempo, vale :

$$\left| \Delta \mathcal{M}_{e. m.} \right| = M_{e. m.} v_g 2 \alpha h \quad (2)$$

dove

- v_g è la velocità di gruppo dell'onda elettromagnetica;
 h è la lunghezza dell'anello.

Il momento della quantità di moto degli elettroni di conduzione (normali a superconduttori)^(x) entro l'anello, subirà, nell'unità di tempo, una variazione uguale e contraria. Si ha cioè :

$$\left| \Delta \mathcal{M}_{e. m.} \right| = 2 n \pi r_0 s h m \frac{\Delta v_e}{\Delta t} r_0 \quad (3)$$

dove :

- n è il numero di elettroni per unità di volume;
 s è lo spessore dell'anello superconduttore;
 m è la massa elettronica;
 v_e è la velocità degli elettroni.

A questo punto nasce la domanda: quale parte del momento della quantità di moto viene ceduta agli elettroni superconduttori, quale agli elettroni normali e quale parte di quest'ultima viene poi riceduta al reticolo. Se si fa l'ipotesi, peraltro discutibile, che una frazione (per es. 1/2) del momento della quantità di moto sia ceduta agli elettroni superconduttori^(o), e che questi la conservino⁽⁺⁾, combinando la (2) con la (3) si ottiene la corrente che fluirà nell'anello nell'unità di tempo :

- (x) - Infatti è verosimile che il momento della quantità di moto venga ceduto quasi totalmente e direttamente agli elettroni e non al reticolo: gli elettroni normali cederanno almeno in parte il loro momento della quantità di moto al reticolo.
(o) - Ciò è giustificato dal fatto che il rapporto tra elettroni normali ed elettroni superconduttori, scegliendo opportunamente la temperatura, può essere circa uguale a 1.
(+) - Infatti, solo se la frequenza dei fotoni incidenti arrivasse all'infrarosso ci sarebbero perturbazioni distruttive delle correnti superconduttrici⁽¹⁴⁾.

$$\frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{1}{2\pi} \frac{h}{r_0^2} \frac{e}{m} \alpha v_g M_{e. m.} \quad (4)$$

dove :

e è carica dell'elettrone.

Il flusso ϕ del campo magnetico associato a detta corrente è allora :

$$\frac{\Delta \phi}{\Delta t} = \frac{1}{2} \frac{e}{m} \mu_0 \alpha v_g M_{e. m.} \quad (5)$$

CALCOLO NUMERICO. -

Se l'oscillatore a disposizione vibra, ad esempio, sulla frequenza di 24 Gc/s, corrispondente ad una lunghezza d'onda

$$\lambda = 1.25 \text{ cm},$$

con una potenza erogata di 1 W, una scelta possibile delle dimensioni della guida affinchè si propaghi il modo TE_{11} è :

$$r_0 = 0.4 \text{ cm}$$

essendo r_0 il raggio della guida.

Infatti la lunghezza d'onda di taglio risulta essere per questo modo(8):

$$\lambda_c = 3.42 r_0.$$

La banda fondamentale, cioè l'intervallo compreso tra la λ_c del modo fondamentale e la più alta delle λ_c degli altri modi (quella del TM_{01}) risulta essere :

$$\Delta \lambda = 0.8 r_0,$$

con $r_0 = 0.4 \text{ cm}$ si ha allora

$$\lambda_c = 1.37 \text{ cm}$$

$$\Delta \lambda = 0.32 \text{ cm}.$$

Il campo massimo E_{\max} corrispondente a questo modo e alla potenza P erogata dall'oscillatore si ricava dalla(9)

$$\frac{P}{E_{\max}^2} = 1.99 \times 10^{-3} r_0^2 \sqrt{1 - \nu^2}$$

dove $\nu = \lambda / \lambda_c$ e vale $E_{\max} \approx 8.7 \times 10^3 \text{ V/m}$.

La velocità di gruppo è

$$v_g = \frac{\lambda}{\lambda_g} c \quad (10)$$

6.

dove $\lambda_g = \frac{\lambda}{\sqrt{1-v^2}}$ e vale $v_g \approx 1 \times 10^8$ m/sec.

Il valore da attribuire alla costante di attenuazione α (11,15), se si pensa di usare il tratto superconduttore in stagno, è dell'ordine di

$$\alpha \approx 1.5 \times 10^{-2} \text{ m}^{-1}$$

Il momento della quantità di moto per unità di lunghezza è dato da:

$$M_{e. m.} = B^2 \frac{\mu_0 \omega}{C^2} \frac{r_0^4}{4 u_1} \left[I_1^2(u') - I_0(u') I_2(u') \right] \quad (12) \approx$$

$$\approx 2 \times 10^{-20} \text{ Kg m sec}^{-1} \quad (13)$$

dove

$$B^2 = \frac{10 E_{\max}^2}{\mu_0^2 \omega^2 r_0^2} .$$

La variazione del flusso nell'unità di tempo risulta allora :

$$\frac{\Delta \phi}{\Delta t} = \frac{1}{2} \frac{e}{m} \mu_0 \alpha v_g M_{e. m.} \approx 10^{-8} \text{ Weber/sec} .$$

La variazione del flusso in queste ipotesi, peraltro ottimistiche, di lavoro è notevolmente alta e facilmente rivelabile. Vi sono quindi buone probabilità che un esperimento del tipo proposto possa avere risultato positivo.

RINGRAZIAMENTI. -

Ringraziamo il dott. P. Bounin e il dott. E. Tabet per le utili discussioni.

BIBLIOGRAFIA. -

- (1) - G. C. Southworth, Principles and applications of wave guide transmission (D. Van Nostrand, Inc. Princeton, 1950), pag. 343.
- (2) - G. J. Wheeler, Introduction to microwaves (Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, 1963), pag. 59.
- (3) - G. C. Southworth, Principles and applications of wave guide transmission (D. Van Nostrand, Inc. , Princeton, 1950), pag. 329.
- (4) - W. Heitler, The quantum theory of radiation (The University Press, Oxford, 3rd edition).
- (5) - R. A. Beth, Phys. Rev. 48, 471 (1935); 50, 115 (1956).
- (6) - N. Carrara, Nuovo Cimento 6, 1 (1949); Nature (London) 164, 882 (1949).
- (7) - Th. Moreno, Microwave transmission design data (Dover Publications, Inc. , New York, 1958), pag. 116.
- (8) - G. C. Southworth, Principles and applications of wave guide transmission (D. Van Nostrand, Inc. , Princeton, 1950), pag. 124.
- (9) - Th. Moreno, Microwave transmission design data (Dover Publications, Inc. , New York, 1958), pag. 124.
- (10) - Th. Moreno, Microwave transmission design data (Dover Publications, Inc. , New York, 1958), pag. 123.
- (11) - Th. Moreno, Microwave transmission design data (Dover Publications, Inc. , New York, 1958), pag. 134.
- (12) - M. Morse and H. Feshbach, Methods of theoretical physics (McGraw-Hill Book Co. , Inc. , New York, 1953), Part II, pag. 1322.
- (13) - G. N. Watson, A treatise on the theory of Bessel functions (Cambridge University Press, London, 1958).
- (14) - M. Tukham, Phys. Rev. 110, 26 (1958).
- (15) - D. Shoemberg, Superconductivity (Cambridge University Press, London, 1960), pag. 197.